

# Sobre Boltzmann: de la primera parte de su vida y algo más

Manuel García Velarde y Werner Ebeling

## 1. Introducción

La Física Estadística (sin entrar en disquisiciones semánticas u otras, incluyamos en ella las denominaciones o subdisciplinas Mecánica estadística, Termodinámica estadística y Teoría cinética) ofrece el puente entre las descripciones microscópica (clásica antaño, hoy cuántica) y macroscópica o fenomenológica a la que pertenece la TERMODINÁMICA. Esta última, construida con anterioridad a aquella, lo fue sobre bases firmes, usando leyes o principios *negativos* (imposibilidad de los móviles perpetuos de primera y segunda especie). Es un cuerpo de doctrina muy bien estructurado, en particular para la descripción de los estados de equilibrio (termodinámico) y de transiciones (en tiempos “largos”) entre los mismos (piénsese en el ciclo de Carnot entre diferentes temperaturas de equilibrio cuyo rendimiento es máximo pero ofrece potencia nula). La descripción de los estados fuera de equilibrio y, por tanto, el entendimiento de la evolución macroscópica irreversible no han tenido similar desarrollo formal. Pendiente está el entendimiento de las transiciones en tiempo finito entre estados fuera de equilibrio. En cualesquiera de esos casos el uso de magnitudes de estado y sus relaciones funcionales (o ecuaciones) hace prescindible indagar sobre lo que haya dentro del sistema en consideración (aparte la teoría de Onsager relacionando reversibilidad microscópica, fluctuaciones y fenomenología cuando la irreversibilidad sigue leyes lineales se piensa, desde hace poco tiempo, que no sea así fuera de equilibrio).

Como el punto de partida de la Física Estadística es la descripción microscópica hoy es de uso corriente hablar de átomos, moléculas,..., partículas, o grados de libertad en interacción que mirados colectivamente con la ayuda de la estadística nos llevan al nivel macroscópico reobteniendo las leyes fenomenológicas, o sea la Termodinámica (en sentido amplio; piénsese que dar el índice de refracción –una magnitud “óptica”– en función de dos variables, en un sistema homogéneo, supone dar una ecuación de estado). Tan sencillo como eso en 2006. Muy distinta era la situación a finales del siglo XIX. Muy distinta incluso la visión “filosófica, ya que entonces –entre realismo e idealismo– el debate era ¿es la materia continua o discreta? ¿existen las moléculas, átomos,..., o partículas?. No pensamos que Boltzmann creyera en la real existencia de los “átomos” pero sí en su utilidad e incluso en su necesidad para comprender las leyes macroscópicas y la evolución irreversible de los fenómenos macroscópicos desde una base más fundamental que el nivel fenomenológico. Pero había quien –con autoridad– no creía ni en su “existencia” ni en su “utilidad”. Este debate no era ajeno a las tendencias ideológicas, religiosas y usos sociales de aquella época porque, en general, la Ciencia es parte de la Cultura y depende de su momento histórico.



Ludwig Boltzmann

Por el siglo XIX, e incluso antes, ya se hablaba de “átomos” y una rudimentaria teoría cinética de los gases gozaba de aceptación y utilidad científica (recordemos los trabajos de D. Bernoulli, Dalton, Laplace, Poisson, Cauchy, Clausius, Krönig,... y Maxwell). Pero fue Boltzmann quien definitivamente profundizó en la cuestión, para el estudio del equilibrio y, sobre todo, intentando explicar mecánicamente (mecano-estadísticamente) la evolución termodinámica irreversible y la descripción de los procesos de transporte ligados a ella. No podemos dejar de mencionar la muy significativa labor que hicieron Gibbs, Einstein, Planck y Fermi, entre otros. Sin la motivación ideológica de Boltzmann, Gibbs elaboró una bellísima, útil y hoy dominante formulación (cuerpo de doctrina) de la Termodinámica y Física Estadística.

Ludwig Boltzmann nació el 20 de febrero de 1844 y murió el 5 de septiembre de 1906. Estudió matemáticas y física en la universidad de Viena con Andreas von Ettinghausen, Josef Petzval, Josef Stefan y Josef Loschmidt. Cuando defendió su Tesis doctoral en 1866 ya había publicado dos trabajos, el primero sobre fenómenos eléctricos en superficies curvas (1865) y el segundo sobre el significado mecánico del segundo principio de la termodinámica (1866). A ese segundo tema dedicó la mayor parte de su vida y de su producción científica y filosófica. Otros maestros o colegas que le influyeron, personalmente o a través de sus trabajos,

fueron Exner, Toepler, von Helmholtz, Planck, Lorentz (el más positivo, según el propio Boltzmann), Gibbs, y Maxwell (gracias a Stefan), entre otros. Si de los anteriores cabe decir que tuvo el apoyo no cabe olvidar su interacción crítica con Clausius, Mach, Ostwald, Poincaré, Loschmidt y Zermelo (algunos fueron amigos porque en ciencia no se suele confundir amistad con concordancia de ideas).

En 1869 Boltzmann fue nombrado profesor de Física matemática en la universidad de Graz, donde, en colaboración con Toepler estudió y experimentó sobre las oscilaciones de columnas de aire. Con permiso “sabático” dejó Graz para pasar intervalos de tiempo en Heidelberg, Berlín, ... donde conoció a Bunsen, Kirchhoff, Sonia Kowaleskaia, ... y a Helmholtz. En el laboratorio del último estudió la relación entre la constante dieléctrica de un medio,  $D$ , y su índice de refracción,  $\eta$  ( $\eta$  es proporcional a  $D^{1/2}$ ). Fue a su vuelta a Graz cuando acabó el trabajo, publicado en 1872, sobre una ecuación, celebrísima hoy, que lleva su nombre. Tal ecuación (cinética) integro-diferencial no-lineal describe la evolución espacio-temporal de la función de distribución (probabilista) de las velocidades y posiciones de una “partícula” (átomo, molécula, etc.) cuando en el curso del tiempo puede chocar con otras, aunque solo de dos en dos y con la restricción drástica de que hay ausencia de correlaciones –“caos molecular”– cada vez que va a ocurrir un choque, por lo que la ecuación da la evolución en forma cerrada y auto-consistente.

De 1873 a 1876 fue profesor de Matemáticas en Viena, luego volvió a Graz como catedrático y Director de Instituto (ganando la oposición contra Mach). Hasta 1890 permaneció en Graz donde –se cuenta con seriedad– aparte vida familiar y ciencia intentó hacerse “vaquero” consultando con sus colegas biólogos. Su presencia en Graz atrajo las visitas de investigadores tanto jóvenes (destacaron Arrhenius y Nernst) como otros colegas científicos de diversos países. Tras la muerte de Kirchhoff en 1887, Boltzmann fue invitado a sucederle como catedrático de Física teórica en Berlín. Aunque aceptó y devino miembro de la Academia Prusiana de Ciencias (con elogios oficiales de Helmholtz, Bezold, Kronecker y Siemens) finalmente no aceptó (diversas y hasta peregrinas razones se han dado de su decisión entre las que aparece su crítica actitud hacia el “formalismo” de la vida social berlinesa). La cátedra fue ocupada por Planck en 1889. A la vista de los nombres que hemos ido dando parece claro el nivel de la Física, de Berlín a Viena y alrededores, a finales del siglo XIX.

De la ecuación de Boltzmann comentemos someramente sobre: i. su validez, ii. su utilidad, y iii. su generalización.

**I.** Fue H. Grad quien clarificó su dominio de validez preguntándose si existe un límite en el que fuese exacta. Si  $n$  designa la densidad numérica “molecular” parece sencillo exigir que  $n$  tienda a cero. Pero, fijando las interacciones “moleculares”, esto implica en los cálculos la aparición de ceros o infinitos indeseables. Por ello sugirió tomar como finito el “recorrido libre medio”,  $1/n\sigma^2$  ( $\sigma$  denota diámetro molecular o rango de la interacción molecular), con  $n$  tendiendo a infinito y  $\sigma$  hacia cero. Esto parece absurdo pues la densidad numérica es divergente (lo que sí ha de ser “grande” es el número de moléculas en un volumen también “grande”), pero la densidad física,  $\rho = n\sigma^3$  (en unidades ade-

cuadas), tiende a cero, que es lo que importa. Tal es el límite de Grad, o de Boltzmann-Grad, para los sistemas “diluidos” (como es el caso del aire de una habitación normal en condiciones de presión atmosférica y temperatura ordinaria). Señalemos que la derivación de Boltzmann no fue rigurosa sino fruto de su intuición genial usando entre dudosa e inaceptable lógica en su argumentación al mezclar cuestiones de dinámica (de choques moleculares) con aspectos probabilistas de estadística (para la distribución de velocidades y posiciones moleculares). Particularmente difícil de digerir (pasable si pensamos en el límite de Boltzmann-Grad) es su mencionada hipótesis de “caos molecular” cada vez que va a ocurrir un choque, demandando olvido de anterior recorrido molecular y eventos pasados. No sorprende pues que tuviese críticas fundadas de sus contemporáneos, sobre las que aquí no entraremos.

**II.** Fue Lorentz quien primero usó la ecuación de Boltzmann y lo hizo para describir la corriente eléctrica en sólidos dando un paso significativo por encima del pionero Drude. Aparte la drástica aproximación de tiempo de relajación muy utilizada hasta tiempos recientes en diversos contextos, Lorentz introdujo un modelo opuesto al browniano donde partículas ligeras como viento (electrones) se mueven chocando entre sí y con árboles gordos (tales como iones en una red cristalina), un modelo del que se han hecho estudios de interés tanto físico como matemático. Enskog (inspirándose en Hilbert) y Chapman (inspirándose en Maxwell) enseñaron cómo integrar la ecuación de Boltzmann, abriendo vía a otras diversas aplicaciones (hidrodinámica, propagación del sonido, difusión másica, calor, fricción viscosa, termoelectricidad, etc.). Recordemos que Boltzmann encontró como solución de equilibrio de su ecuación una distribución de velocidades antes descubierta por Maxwell (hoy de Maxwell-Boltzmann), por lo que concluyó que así daba base microscópica mecánica (teorema  $H$  mecano-estadístico) al segundo principio de la Termodinámica (estrictamente, evolución de un sistema aislado hacia su “desorden” máximo). Aunque de relativamente arbitrarias condiciones iniciales llegó a la distribución de Maxwell, Boltzmann no resolvió adecuadamente el problema de valores iniciales de su ecuación, recordemos, integro-diferencial y no lineal. Un asunto sutil en la resolución del problema es que la aproximación al equilibrio termodinámico implica no sólo la tendencia al mismo en el espacio de velocidades (momentos), dando así lo que se denomina equilibrio “local”, sino también –simultáneamente– en el de posiciones (o sea en ambos a la vez –el espacio de fases) para hablar de completo equilibrio. De nuevo no sorprende que fuese criticado por alguno de sus contemporáneos tanto por problemas de rigor matemático como por salirse de la ciencia hacia, digamos, la “filosofía” (aunque de ello hay que estarle agradecido).

**III.** Tratando de compaginar la descripción estadística de Gibbs que usó la función de distribución para todas las velocidades y posiciones de todas las “partículas” (en el espacio completo de fases del sistema) y la descripción de Boltzmann donde solo aparece la distribución para una sola partícula, fueron N. N. Bogoliubov, Born, H. S. Green, Kirkwood e Yvon y, más tarde Prigogine y colaboradores, quienes, independientemente (Born y Green juntos), trataron de generalizar para sistemas arbitrarios (tal como un gas

denso saliendo del límite de Boltzmann-Grad) la ecuación de Boltzmann. No lo consiguieron, aunque el problema fue analizado en detalle y su dificultad cubistamente entendida con fructíferas consecuencias incluso tecnológicas.

En las referencias que damos, el lector podrá encontrar aspectos históricos, biográficos y científicos presentados en su debido contexto y con apropiada perspectiva. Indiquemos, sin embargo, que no siempre los historiadores han entendido correctamente los conceptos y problemas debatidos entre los científicos profesionales. A su vez, los profesionales de una disciplina suelen cometer errores al rendir cuenta histórica de lo ocurrido. La colección de contribuciones al libro del centenario de la ecuación de Boltzmann (publicación coordinada por Cohen y Thirring) es una fuente magnífica de información tanto histórica como científica. Como anécdota notemos que con motivo de ese centenario se publicó en el semanario "Triunfo" un artículo de divulgación al que dedicaron la portada con un dibujo en colores de Saltés (siempre ha habido periodistas y artistas para los que la ciencia forma parte de su cultura). En el libro de Cercignani (con doce capítulos, dieciséis apéndices técnicos y numerosas referencias) se discuten tanto temas gruesos como cuestiones sutiles en torno a la ciencia desarrollada por Boltzmann, amén de numerosas anécdotas sobre él y otros científicos (además de numerosos artículos matemáticamente técnicos, Cercignani ha escrito tres libros monográficos sobre la ecuación de Boltzmann y la teoría cinética de gases). Los libros de Boltzmann, particularmente sus textos sobre Gases, Mecánica y Electricidad (y Luz), muestran su aprendizaje, amplitud de miras y recorrido didáctico. Quizá el énfasis en el estudio los primeros y, sobre todo, el "ruido" filosófico y disputas que tuvo en la parte última de su vida (entre las referencias que damos un libro provee textos de la misma) no le dieron oportunidad para profundizar en las ideas, dificultades y consecuencias de la teoría de Maxwell que tan cuidadosamente había estudiado. Algunos libros, ya clásicos, sobre la derivación, soluciones y aplicaciones de la ecuación de Boltzmann, se citan como colofón.

## Bibliografía

- [1] E. BRODA, *Ludwig Boltzmann. Man, Physicist, Philosopher* (traducción y actualización del propio autor a partir de su original alemán publicado en 1955), Ox Bow Press, Woodbrige, 1983.
- [2] E. G. D. COHEN Y W. THIRRING (eds.), *The Boltzmann Equation: Theory and Applications*, Springer-Verlag, Viena, 1973.
- [3] M. G. VELARDE, *Evolución e irreversibilidad*, Triunfo n. 537 (13 enero 1973), pp. 20-25.
- [4] W. STILLER, *Ludwig Boltzmann*, Barth, Leipzig, 1988
- [5] C. CERCIGNANI, *Ludwig Boltzmann. The man who trusted atoms*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1998.
- [6] R. DUGAS, *La théorie physique au sens de Boltzmann et ses prolongements modernes*, Griffon, Neuchâtel, 1959.
- [7] L. BOLTZMANN, *Theoretical Physics and Philosophical Problems* (selección de textos editados por B. McGuinness y traducidos por P. Foulkes; colección original publicada en 1905 con el título *Populäre Schriften*, Barth, Leipzig), Reidel, Dordrecht, 1974.
- [8] L. BOLTZMANN, *Escritos de mecánica y termodinámica* (introducción, selección de textos y traducción de F. J. O. Ordóñez), Alianza Editorial, Madrid, 1986.
- [9] L. BOLTZMANN, *Lectures on Gas Theory* (traducción de S. G. Brush del original publicado como *Vorlesungen über Gastheorie*, Barth, Leipzig, vol.1, 1896; vol. 2, 1898), Univ. California Press, Berkeley, 1964.
- [10] L. BOLTZMANN, *Vorlesungen über die Principe der Mechanik*, vol. 1, 1897; vol. 2, 1904, Barth, Leipzig.
- [11] L. BOLTZMANN, *Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektrizität und des Lichtes*, vol. 1, 1891; vol. 2, 1893, Barth, Leipzig.
- [12] B. BENSUAUDE-VINCENT Y C. KOUNELIS (eds.), *Les atomes. Une anthologie historique*, Agora-Presses Pocket, Paris 1991.
- [13] S. G. BRUSH (introducción y selección de textos), *Kinetic Theory*, vol. 1, *The Nature of Gases and of Heat*, 1965; vol. 2, *Irreversible Processes*, 1966, Pergamon Press, Oxford.
- [14] S. G. BRUSH (introducción y selección de textos) *Kinetic Theory*, vol. 3, *The Chapman-Enskog solution of the transport equation for moderately dense gases*, Pergamon Press, Oxford, 1972.
- [15] S. G. BRUSH, *The Kind of Motion we call Heat*, vol. 1. *Physics and the Atomists*; vol. 2. *Statistical Physics and Irreversible Processes*, North-Holland, Amsterdam, 1976.
- [16] S. G. BRUSH, *Statistical Physics and the Atomic Theory of Matter. From Boyle and Newton to Landau and Onsager*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1983.
- [17] P. y T. EHRENFEST, *The conceptual foundations of the statistical approach in mechanics* (traducción de M. J. Moravcsik del original alemán de 1912), Cornell Univ. Press, Ithaca, 1959
- [18] H. GRAD, Principles of kinetic theory of gases, *Handbuch der Physik* (S. Flügge, ed.), vol. XII, Sect. 7, pp. 205-294, Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [19] S. CHAPMAN Y T. COWLING, *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 3a. ed.(con la cooperación de D. Burnett), 1970 (hay reedición de 1990 con un prolegómeno de C. Cercignani).
- [20] J. HIRSCHFELDER, C. CURTISS Y R. BIRD, *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Wiley, N.Y., 1954.
- [21] G. E. UHLENBECK Y G. W. FORD, *Lectures in Statistical Mechanics*, American Mathematical Society, Providence, 1963.
- [22] S. HARRIS, *An Introduction to the Theory of the Boltzmann Equation*, Holt, Rinehart & Winston, Chicago, 1971.
- [23] P. RÉSIBOIS Y M. DE LEENER, *Classical Kinetic Theory of Fluids*, Wiley-Interscience, N.Y., 1977.

**Manuel García Velarde**  
*está en el Instituto Pluridisciplinar,*  
*Universidad Complutense de Madrid*  
**y Werner Ebeling**  
*está en el Institut für Physik,*  
*Humboldt Universität, Berlin*